***Практическое занятие.* Применение производной к исследованию функций и построению графиков.**

<https://www.webmath.ru/poleznoe/formules_8_6.php> -таблица производных (ее применение)

<https://www.webmath.ru/poleznoe/formules_8_26.php> - исследование функций

***Практическая работа № 11***

***Тема: Построение графиков функций с помощью производных***

***Цель***: учиться строить графики функций с помощью производных.

***Ход работы***

1 Ответить на вопросы:

1) Что называется монотонностью графика функции?

2) Перечислите виды экстремумов?

3) Укажите основные этапы исследования графика функции на экстремум.

4) При каких условиях точка является стационарной?

5) Как определить промежутки выпуклости (вогнутости)графика функции?

2.Решить задачи.

3) Сформулировать вывод (в выводе указать основные этапы исследования и построения графика Функции)

***Задание к практической работе №11***

***Тема: Построение графиков функций с помощью производных***

1. Найти экстремумы графика функции:

**Вариант 1 Вариант 2**

**а) у = х б) у = -**

**в) у = - х г) у = х**

**д) у = 3х е) у = х**

2.Найти промежутки монотонности функции:

**Вариант 1 Вариант 2**

**а) у =  б) у = х**

**в) у = 0,25 х  г) у = -х**

**д) у = 6х – х е) у = х**

3.Найти наименьшее и наибольшее значение функции на промежутке:

**Вариант 1 Вариант 2**

**а) у =** 3х** б) у =** х****

**в) у =** х** г) у =** 5х****

4.Построить графики функций:

**Вариант 1 Вариант 2**

**а) у =** х ** б) у = -**

**в) у =** 0,25 х ** г) у** = - х****

**д) у =** 6х - х **е) у** = х****

5.Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график:

**Вариант 1**

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

**Вариант 2**

Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график:

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

***Методические рекомендации***

При исследовании и построении графика функции с помощью производных необходимо:

1. Найти область определения функции: допустимые значению х. если функция представлена в виде дроби, то необходимо определять при каких значениях х знаменатель дроби не может равняться нулю.
2. Найти область значений функции, допустимые значения у. Значения у зависят от х.
3. Определить является ли функция четной (нечетной), функцией общего вида. - функция четная; - функция нечетная.
4. Определить точки пересечения с осями координат (если это возможно).
   1. Заданную функцию следует приравнять к нулю, тогда получается точки пересечения с осью ОХ (х1; 0) (х2; 0) и т.д.
   2. В заданную функцию подставить вместо х ноль и вычислить у, тогда получится точка пересечения с осью Оу (0; у)
5. Найти асимптоты графика функции. Чтобы определить асимптоты для дробной функции необходимо:

Найти значения х, при которых знаменатель не может быть равен нулю. В этих точках должны проходить вертикальные асимптоты вида х=а.

***Асимптоты*** – это ограничительные прямые линии на плоскости ХОУ, к которым стремится график функций при неограниченном удалении от начала координат точки О (0;0).

Для асимптот других видов применяют вычисление пределов заданной функции.

1. Исследовать функцию на экстремум, монотонность с помощью первой производной у (х). Если на промежутке [а; в] у1<0, то функция убывает, если у1> 0, то функция возрастает.

Если при переходе через точку х=а у1 меняет знак с «-» на «+», то исследуемая точка – точка минимума (хmin).

Если при переходе через точку х=а у меняет знак с «+» на «-», то исследуемая точка – точка максимума (хmax).

Значение функции в точках экстремума находят путем подстановки хmax и хmin в выражение функции у=f(х).

1. Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба с помощью второй производной у11. Вторую производную находят от первой: у11=(у1)1 по правилам и формулам дифференцирования. Если на промежутке [а; в] у11> 0, то на этом промежутке функция имеет вогнутость графика «вниз», если на промежутке [а; в] у11< 0, то на этом промежутке функции имеет выпуклость графика «вверх». Точка х=а, около которой у11 меняет знак с «-» на «+» и наоборот, называется точкой перегиба графика функции.
2. Найденные значения точек экстремума, перегиба занести в таблицу. В таблицу добавить точки находящиеся около точек хmax, хmin, х перегиба и рассчитать значение у = f(x) в этих точках.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х |  | хmax |  | хmin | х перегиба |  |  |  |
| у |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. По полученным результатам построить график функции.

**Примеры исследования и построения графика функции с помощью производной**

***Пример 1:*** Построить график функции: у=х3 - 2х2 + х

Решение:

1. Область определения: х любое действительное число (х).
2. Область значения: у- любое действительное число (х).
3. 

 

Функция ни четная, ни нечетная

1. у=0 х3-2х2+х=0

х (х2-2х+1)=0



Или 



В точках с координатами (0; 0); (1; 0) график функции у=х3-2х2+х пересекает ось Ох.

Х=0 у(0)=03-2

В точке с координатами (0; 0) график функции пересекает ось Оу.

1. График данной функции непрерывен, поэтому асимптот не имеет.
2.  



Стационарные точки х1=1; 

Стационарные точки – это те значения х, при которых у1=0.

У1

+

-

+

у  1 

х

Здесь применяется формула разложения квадратичного выражения на множители.

, где  и метод интервалов. Экстремумы: хmax=

Xmin=1

Значение функции в точках экстремума:



1. 

У11

-

+

у     х- точка перегиба

х





|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -2 | -1 | 0 |  |  | 1 | 2 |
| у | -18 | -4 | 0 | 0,2 | 0,1 | 0 | 2 |





9.



2

2

1

1

- 2

- 1

- 1

- 4

- 18

- 10

х

у

***Пример 2.*** Построить график функции 

***Решение:***

1) Область определения функция (О.О.Ф.) D (f): х. Знаменатель дроби не может быть равен нулю.



2) Область значения функции: (О. З. Ф.) Е (f):  не существует.

3) х=1, х=-1 – вертикальные асимптоты. Х=1-прямая, параллельная оси Оу и проходящая через точку (1; 0)

Х=-1 – прямая, параллельная, оси Оу и проходящая через точку (-1; 0).

**Асимптота –** это ограничительная прямая, к которой стремится график функции при неограниченном удалении от начала координат точки О (0;0).

В точках х=1 и х=-1 функция терпит разрыв.

4)  - функция четная.

5) Точки пересечения с осями координат:

1) с осью Ох:



Уравнение х2=-2 решений не имеет в точках х=1, х=-1 – функция терпит разрыв. Точек пересечения с осью Ох график функции не имеет.

2) с осью Оу:

 в точке (0; 2) график функции пересекает ось Оу.

6) 



Стационарная точка х=0

Точки разрыва х=1 и х=-1.

у1

-

-

+

+

у 

1

0

-1

х

хmax=0, хmin нет

Значение функции в точке экстремума.



7)  в виду сложности вычислений не находим.

8)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -4 | -3 | -2 | -0,5 | 0 | 0,5 | 2 | 3 | 4 |
| у | 1,2 | 1,4 | 2 | -3 | -2 | -3 | 2 | 1,4 | 1,2 |



у

9)



Х=-1

Х=1

х

- 2

- 1

3

4

2

-4

-3

-2

-1

. -2

- -1

**Домашние задание: §51, №930 (1,3), №935**

<https://rabochaya-tetrad-uchebnik.com/algebra/uchebnik_algebra_10-11_klass_alimov_kolyagin/index.html#prettyPhoto>

1. Математика: алгебра и начала математического анализа.10 -11 классы:учеб. Для общеобразрват. Организаций:базовый и углубленный уровни/Ш.А Алимов и др. – М.:Просвещение, 2019

задания для проверки присылайте на электронную почту: [asd20022006@yandex.ru](mailto:asd20022006@yandex.ru)